Вдумываясь в сущность этого доказательства, мы видим, что Динострат не довольствуется замечанием того рода, которое мы выразили бы равенствами

$$\lim \frac{\sin z}{z} = 1, \text{ или } \lim \frac{\operatorname{tg} z}{z} = 1,$$

а предпочитает вместо обращения к бесконечному приближению пользоваться просто неравенствами:

$$\sin z < z < \operatorname{tg} z,$$

которые, впрочем, оба необходимы для определения каждого из предельных значений. Способ, каким он избегает прямого определения пределов, отлично гармонирует с тем, что имеет место при *доказательстве путем исчерпывания.* Впрочем, Динострат был учеником Эвдокса, открывшего этот способ доказательства.

Мы увидим в дальнейшем, что изучение зависимости между изменениями круговых дуг и длин отрезков, представленными квадратрисой, легло в основу некоторых числовых определений.

И Архимед, об измерении круга которого мы будем говорить ниже, занимался исследованием кривых, которыми можно было бы воспользоваться приблизительно для тех же целей, что и квадратрисой, именно так называемыми *архимедовыми спиралями* ($r = a\,\vartheta$). Легко заметить, что они пригодны для деления угла и для квадратуры круга, задачи, связанной у Архимеда с определением как касательных, так и площадей этих спиралей. С нашей современной точки зрения может казаться, что он пользуется, скорее, квадратурой круга, или числом π, для названных только что определений; но сравнивая его метод с употреблением квадратрисы, легко убедиться, что в то время приписывали не меньшее значение получению по его способу, т. е. путем определения касательных, если не построения, то, по меньшей мере, хорошего геометрического определения отрезка прямой, равного длине окружности.

Что касается самой кривой, то она показывает наглядным и ясным образом периодические изменения того, что мы теперь называем *круговыми функциями.*

8. Трисекция угла; вставки. Мы только что упомянули о применении квадратрисы и архимедовой спирали к задаче трисекции угла. Кроме этих двух способов мы приведем еще два других решения этой задачи, занимавших с давних времен мысль греческих математиков. Одно из этих решений, точной даты которого нельзя указать, относится, может быть, к V в.; автором же другого, содержащегося в так называемых леммах Архимеда, сохраненных для нас арабами, был, возможно, Архимед. Эти два решения сводятся к тому, что называют *вставкой.*

1. Пусть ABC будет угол, который надо разделить на три равные части. Проведем сперва AC перпендикулярно к BC и AB параллельно BC; затем между AC и AE вставим $DE = 2AB$, так